台灣農業研究 (J. Taiwan Agric. Res.) 74(1):47–61 (2025)
https://doi.org/10.6156/JTAR.202503_74(1).0005

研究報告

Copula 函數在水稻產量及價格相依性分析之研究

廖大經 [1,*]

摘要

廖大經。2025。Copula 函數在水稻產量及價格相依性分析之研究。台灣農業研究 74(1):47–61。

本研究主要目的在於透過 Copula 函數分析嘉義縣水稻栽培主要鄉鎮市之產量與價格變數之相依性，以作為估算收入風險與稻作生產調適措施之參考。分析結果顯示，除第 1 期作義竹鄉、第 2 期作中埔鄉及六腳鄉外，其他鄉鎮市在兩期作之水稻產量與價格之 Kendall's tau 相關係數均呈負相關，然而相關係數偏低，相關性表現微弱。在尾部相依性方面，第 1 期作義竹鄉為上尾相關，第 2 期作中埔鄉、民雄鄉及新港鄉為對稱尾部相關，六腳鄉為上尾相關，其他鄉鎮市在兩期作均無尾部相關或下尾相關。但值得注意的是，第 1 期作有多數鄉鎮市產量與價格耦合配適之 Copula 函數，均屬於對下尾相關敏感的 Clayton 函數。由於近年第 1 期作水稻生育後期經常受到極端天氣影響，因此造成低產與低價同時發生下尾相關的潛在風險仍不可忽視。最後模擬各鄉鎮市水稻收入期望損失以評估收入風險，發現除民雄鄉外，其他各鄉鎮市第 2 期作的期望損失均高於第 1 期作，可能與第 2 期作生育初期氣象災害，以及後期日射量較低有關，造成稻作生產風險較高。比較各鄉鎮市期望損失高低，兩期作均以六腳鄉與義竹鄉較高，推測係因沿海地區稻作栽培環境較為嚴苛，收入波動幅度較大所致。未來可透過開發栽培調適技術或選育耐逆境新品種，藉此提高沿海地區稻作生產韌性，以降低收入風險。

關鍵詞：水稻、Copula 函數、相依性。

前言

水稻是臺灣農業栽培面積最大之單一作物。據統計，2022 年臺灣水稻全年收穫面積為 238,701 ha (https://agrstat.moa.gov.tw/sdweb/public/book/Book.aspx)。以稻作生產為核心所形成之稻作產業鏈，更是維持農業經濟與糧食安全穩定的重要支柱。近年由於氣候變遷的影響，極端天氣事件對於作物生產之致災頻率與強度提高，因此造成產量與收益的風險均較過去增加。

水稻收入主要由產量與價格 2 項因素所決定，因此必須同時評估產量與價格的風險。因此，如何正確推估產量與價格的邊際機率及聯合機率分布，對於合理評估收入風險將有相當大的助益。在理想狀況下，一般均假設產量與價格其聯合機率分布為二元常態分布，亦即變數之間呈 Gaussian 對稱相關結構。然而，實際上該假設未必合適，因為產量與價格存在相依性 (dependence) (Embrechts *et al*. 2002)。變數間的相關性 (correlation)，一般泛指線性相關的程度，通常只是相依性的一種特殊情況，例如產量與價格的關係一般呈負相關，因此具有風險對沖的效果 (Tejeda & Goodwin 2008)。但是水稻基於歷史與糧食安全的特殊性，其價格可能受到政策調節的影響，並非完全由市場機制所決定，故而產量與價格的相依關係可能除簡單的線性相關之外，更為複雜多變，也使得欲正確配適其聯合機率分布的數學推導過程將極為困難。

Sklar (1959) 提出一種可耦合多個相依變數邊際機率與聯合機率分布的函數，是一個

投稿日期：2024 年 9 月 16 日；接受日期：2024 年 10 月 27 日。
[*] 通訊作者：djliao@tari.gov.tw
[1] 農業部農業試驗所嘉義農業試驗分所農藝系副研究員。臺灣 嘉義市。

簡化配適多元聯合機率分布複雜度的有力工具，稱為 Copula 函數。早年受到計算工具能力所限，Copula 函數未受到太多注目。近年隨著電腦算力與效率的大幅提升，Copula 函數藉著無需事前假設變數之邊際機率分布、可任意結合不同邊際機率分布之相依變數配適其聯合機率分布及尾部相依風險分析等優勢，因此 Copula 函數在金融投資避險與自然災害多維風險評估方面的應用相當廣泛。本研究以水稻為研究對象，根據不同年度、期作及地區之產量與價格統計資料，配適兩變數邊際機率分布與評估其相依性，再利用 Copula 函數配適收入聯合機率分布，並且在近似變數固有相依性的情況下，進一步以蒙地卡羅方法 (Monte Carlo method) 模擬水稻收入分布資料，據此探討水稻收入風險分布在不同期作與地區的差異，以及是否具有地緣特性，可提供作為未來相關政策規劃的學術參考。

材料與方法

統計資料

本研究分析之水稻產量與價格資料以稻穀為主，係分別引用自農糧署之『農情報告資源網』(https://agr.afa.gov.tw/afa/afa_frame.jsp) 與『糧價、糧商及當旬公糧收購數量資訊查詢系統』(https://foodinformation.afa.gov.tw/Search/S02/S0201/S02010101.aspx?sys_id=S02&sys_pid=S02010101) 網頁中，關於 2007–2022 年嘉義縣各鄉鎮市第 1、2 期作稉稻資料 (價格僅有嘉義縣資料，未及各鄉鎮市)。其中產量資料係各鄉鎮市第 1、2 期作之稉稻稻穀期作產量，價格資料第 1 期作係嘉義縣 6、7、8 月份平均值；第 2 期作係嘉義縣 10、11、12 月份平均值。

資料預處理

資料預處理有通貨膨脹指數校正與時間序列 (time series) 除趨勢化 2 步驟，分別說明如次。

稻穀價格資料校正

為消除通貨膨脹的影響，使不同年度之稻穀價格資料具可比較性，本研究使用行政院主計總處公布之躉售物價指數 (wholesale price index; WPI) 稻穀基本物價分類指數 (https://nstatdb.dgbas.gov.tw/dgbasAll/webMain.aspx-?sys=100&funid=dgmaine) (以 2016 年為基期) 對於價格歷史資料進行校正。價格校正公式如式 (1) 所示：

$$P_t^{adj} = P_t^{raw}\left(\frac{W_t}{W_T}\right),\ t = 1, 2, \ldots, T \qquad (1)$$

式 (1) 中 P_t^{adj} 表示為第 t 期 (年度) 之校正後價格資料；P_t^{raw} 表示為第 t 期之原始價格資料；W_t 表示為第 t 期之 WPI；W_T 表示為最後 1 期之 WPI。

稻穀產量及價格資料除趨勢化

由於產量與價格資料屬於時間序列資料，為消除資料因外在因素影響而隨著時間推移所表現的某種趨勢，例如產量隨著生產技術的進步而逐年增產，或者價格隨著每人年均消費量減少而降低，以獲得真正表現隨機風險的資料。本研究使用 Hodrick & Prescott (1997) 提出之 HP 濾波法 (Hodrick-Prescott filter; HP) 進行資料除趨勢化工作。HP 濾波法本質上屬於帶通濾波器 (band-pass filter)，係先將時間序列資料 y_t 分解為趨勢項 (trend component) τ_t 與週期項 (cyclical component) c_t 兩種成分，即：

$$y_t = \tau_t + c_t \qquad (2)$$

接著藉由定義最小化函數 (Kim 2004)：

$$min\left(\sum_{t=1}^{T}(y_t - \tau_t)^2 + \lambda\sum_{t=2}^{T-1}\left[(\tau_{t+1} - \tau_t) - (\tau_t - \tau_{t-1})\right]^2\right) \qquad (3)$$

並利用最小平方法求得 τ_t 之最佳解。式 (3) 中包含兩項平方和，第 1 項平方和係藉由懲罰性平方和之最小化控制趨勢項 τ_t 與整體時間序列 y_t 的偏差大小，使其 τ_t 對於 y_t 為最佳配適。第 2 項平方和係藉由 τ_t 之二階差分控制 τ_t 曲線的平滑程度，λ 為趨勢平滑係數，λ 值越大則趨

勢曲線越平滑。至於設定 λ 值大小係視資料觀測頻率而定，Hodrick & Prescott (1997) 建議 λ 值設定方式如式 (4) 所示：

$$\lambda = 1600\left(\frac{f}{4}\right)^2 \tag{4}$$

式 (4) 中，f 為觀測頻率，即資料為季度資料則 $f = 4$，λ = 1,600；若為月度資料則 $f = 12$，λ = 14,400；若為年度資料則 $f = 1$，λ = 100。Ravn & Uhlig (2002) 則認為較為合理之 λ 值大小應調整為式 (5) 所示：

$$\lambda = 1600\left(\frac{f}{4}\right)^4 \tag{5}$$

亦即季度資料 λ = 1,600；年度資料 λ = 6.25；月度資料 λ = 129,600。

資料標準化 (standardization)

產量與價格資料經過去趨勢化之後，為了使資料具有可比較性，因此進行資料的標準化，將各年度資料 y_t 與最新年度資料 y_T 對齊。本研究採用 Yang *et al*. (2021) 的標準化公式：

$$y_t' = \tau_T + \left(\frac{c_t}{\tau_t}\right)\tau_T,\ t = 1, 2, \ldots, T \tag{6}$$

式 (6) 中，y_t' 為 y_t 經過標準化的資料；τ_t 與 c_t 各為 y_t 之趨勢與週期成分；τ_T 為 y_T 之趨勢成分。

水稻產量與價格相依性分析

本研究使用 Copula 函數對於水稻產量與價格之相依性進行分析，關於 Copula 函數與分析步驟說明如次。

Copula 函數

Copula 函數可簡化多元隨機變數之間相依性問題的複雜度，最早由 Sklar (1959) 以數學定理說明 Copula 函數與多元聯合分布的關係，假設有多元連續邊際分布 $F_1(x_1), F_2(x_2), \ldots, F_n(x_n)$，若其聯合分布為 $H(x_1, x_2, \ldots, x_n)$，則必定存在唯一 Copula 函數 C，使得：

$$\begin{aligned} &H(x_1, x_2, \ldots, x_n) \\ &= C\big(F_1(x_1), F_2(x_2), \ldots, F_n(x_n)\big) \end{aligned} \tag{7}$$

式 (7) 表示 Copula 函數 C 將 n 個邊際分布耦合在一起，得到一個聯合分布 H。反之，若已知多元連續邊際分布，可令隨機變數 $R_1 = F_1(x_1)$, $R_2 = F_2(x_2)$, ..., $R_n = F_n(x_n)$，根據機率積分變換定理，新的隨機變數 $R_1, R_2, \ldots, R_n$ 皆服從均勻分布 $U_n(0, 1)$，如此可求得 Copula 函數 C 如式 (8) 所示：

$$\begin{aligned} &C(r_1, r_2, \ldots, r_n) \\ &= H\big(F^{-1}(r_1), F^{-1}(r_2), \ldots, F^{-1}(r_n)\big) \end{aligned} \tag{8}$$

本研究選擇 5 種 Copula 函數來耦合產量與價格變數，分別是屬於橢圓族 (elliptical copulas) 的 Gaussian copula 與 t copula，以及屬於阿基米德族 (Archimedean copulas) 的 Clayton copula、Gumbel copula 及 Frank copula。5 種 Copula 函數的數學表達式如下所示：

1. Gaussian copula

$$C_\tau^{Ga}(r_1, r_2) = \Phi_\tau\big(\Phi^{-1}(r_1), \Phi^{-1}(r_2)\big) \tag{9}$$

式 (9) 中，C_τ^{Ga} 表示 Gaussian copula 函數，Φ_τ 表示相關係數為 τ 之二維標準常態分布函數，Φ^{-1} 為標準常態分布之反函數。

2. *t* copula

$$C_{\nu,\tau}^{t}(r_1, r_2) = t_{\nu,\tau}\big(t_\nu^{-1}(r_1), t_\nu^{-1}(r_2)\big) \tag{10}$$

式 (10) 中，$C_{\nu,\tau}^{t}$ 表示 t copula 函數，$t_{\nu,\tau}$ 表示自由度為 ν、相關係數為 τ 之二維 Student's t 分布函數，t_ν^{-1} 表示自由度為 ν 之 Student's t 分布反函數。

3. Clayton copula (Nelsen 2006)

$$\begin{aligned} &C_\theta^{Cl}(r_1, r_2) = \left[\max(r_1^{-\theta} + r_2^{-\theta} - 1, 0)\right]^{-\frac{1}{\theta}} \\ &\theta \in [-1, \infty)\backslash\{0\} \end{aligned} \tag{11}$$

式 (11) 中，C_θ^{Cl} 表示 Clayton copula 函數，θ 為 Copula 函數之相依性參數。

4. Gumbell copula (Nelsen 2006)

$$C_\theta^{Cu}(r_1, r_2) = \exp\left(-\left[(-\ln r_1)^\theta + (-\ln r_2)^\theta\right]^{-\frac{1}{\theta}}\right) \quad (12)$$
$$\theta \in [1, \infty)$$

式 (12) 中，C_θ^{Gu} 表示 Gumbell copula 函數，θ 為 Copula 函數之相依性參數。

5. Frank copula (Nelsen 2006)

$$C_\theta^{Fr}(r_1, r_2) = -\frac{1}{\theta}\ln\left(1 + \frac{(e^{-\theta r_1} - 1)(e^{-\theta r_2} - 1)}{e^{-\theta} - 1}\right) \quad (13)$$
$$\theta \in (-\infty, \infty)\backslash\{0\}$$

式 (13) 中，C_θ^{Fr} 表示 Frank copula 函數，θ 為 Copula 函數之相依性參數。

隨機變數相依性分析

1. Kendall's tau (τ)

由於傳統探討變數相關性係以 Pearson 相關係數為指標，但 Pearson 相關係數僅表示兩變數間線性關係的程度高低，而無法呈現非線性關係或者共同變化的趨勢。掌握水稻產量及價格高低變化趨勢，攸關是否能準確評估收入風險，因此本研究使用 Kendall's tau 作為在給定 Copula 函數情況下，評估隨機變數變化趨勢一致性的指標。Kendall's tau 的定義如次所示 (Nelsen 2006)：

$$\begin{aligned}\tau &= \tau_{X,Y} \\ &= P\left[(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) > 0\right] - \\ &\quad P\left[(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2) < 0\right]\end{aligned} \quad (14)$$

式 (14) 中，(X_1, Y_1) 與 (X_2, Y_2) 為獨立且相同分布之隨機向量，τ 表示為兩變數變化趨勢相同的機率減去變化趨勢不同的機率。

Kendall's tau 由 Copula 函數的導出式如次 (Schweizer & Wolff 1981)：

$$\tau_{X,Y} = \tau_C = 4\int_0^1\int_0^1 C(u, v)dC(u, v) - 1 \quad (15)$$

式 (15) 中，C 為連續隨機變數 X 與 Y 的 Copula 函數，令 $u = F(x)$ 與 $v = G(y)$，根據機率積分變換，u、v 係服從區間 [0, 1] 上的均勻分布。

2. 尾部相依係數 λ_U 及 λ_L

若隨機變數呈厚尾 (fat-tailed) 分布，表示出現極端值的機率將高於常態分布，因此為減少因發生系統性極端風險所造成的損失，必須評估隨機變數間尾部相關程度。尾部相關可分為上尾相依 (upper tail dependence) 與下尾相依 (lower tail dependence) 兩種情形，以水稻為例，若極端低產與低價的情況同步發生，對於收入將造成極大損失，因此就避險而言，下尾相依的影響更為重要。評估尾部相依分別以上尾相依係數 λ_U 與下尾相依係數 λ_L 表示如次 (Nelsen 2006)：

$$\begin{aligned}\lambda_U &= \lim_{i \to 1^-} P\left(Y > G^{-1}(i) \middle| X > F^{-1}(i)\right) \\ &= 2 - \lim_{i \to 1^-}\frac{1 - C(i, i)}{1 - i}\end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned}\lambda_L &= \lim_{i \to 0^+} P\left(Y \le G^{-1}(i) \middle| X \le F^{-1}(i)\right) \\ &= \lim_{i \to 0^+}\frac{C(i, i)}{i}\end{aligned} \quad (17)$$

式 (16) 與式 (17) 中，F、G 表示隨機變數 X、Y 的機率分布函數，C 表示耦合 X、Y 的 Copula 函數。

分析步驟

1. 配適產量與價格之邊際機率分布

本研究共選取 Normal、Student's t、Weibull、Gamma、Beta、Log-normal、Logistic 及 Gumbel 8 種機率分布分別對於產量及價格進行配適，另以 Anderson-Darling test 進行適合度檢定 (goodness of fit) 評估配適結果，據此決定兩變數適當之邊際機率分布。

2. **配適耦合產量與價格之 Copula 函數**

如前所述，本研究共選取 Gauss、*t*、Clayton、Gumbel 及 Frank 5 種 Copula 函數對於產量與價格進行耦合配適，另以赤池訊息量準則 (Akaike information criterion; AIC) 評估配適結果，據此決定適當之 Copula 函數耦合兩變數。

3. **構建產量與價格之聯合機率分布**

首先根據 Step 2 已選定之 Copula 函數，應用機率積分變換原理，以蒙地卡羅方法模擬產生一組樣本數等於 10,000 之二維均勻分布隨機樣本 (U_{r_1}, U_{r_2}) 以建構 Copula 函數模板。接著再根據 Step 1 已選定兩變數之邊際機率分布 $(F_1(r_1), F_2(r_2))$，以 U_{r_1} 與 U_{r_2} 分別對於各邊際分布之累積分布函數 (cumulative distribution function; CDF) 計算其反函數值，求得一組 Copula 函數隨機樣本，如此則完成在 Copula 函數對於產量與價格邊際機率分布之耦合。

4. **水稻產量與價格相依性分析實證**

本研究以歷年嘉義縣主要稻作生產鄉鎮市之第 1、2 期作產量與價格資料為基礎，透過對於兩變數之邊際分布機率配適與 Copula 函數耦合，產生 10,000 筆產量與價格模擬資料，兩者相乘後獲得收入分布模擬資料，並進一步估算其收入之期望損失 (expected loss; EL) 作為收入風險之指標，並以此進行不同期作與地區之比較分析。期望損失之估算方式如下 (Yang *et al*. 2021)：

$$EL = p(y < \alpha\hat{Y})\left(\alpha\hat{Y} - E(y|y < \alpha\hat{Y})\right) \quad (18)$$

式 (18) 中，EL 為期望損失，$\hat{Y}$ 為期望收入，α 為可容忍收入損失程度，第 1 期作 α 設為 95%，第 2 期作 α 設為 90% (https://www.afna.gov.tw/view.php?theme=web_structure&id=4088)。

統計分析

本研究統計分析工作係以程式語言 "R" (4.3.1 版) 撰寫後編譯執行，使用 HP 濾波法將稻穀產量與價格去趨勢化，係調用套件 "mFilter" (Balcilar 2019) 之函數 "hpfilter"。對於產量與價格之機率分布進行配適，係調用套件 "fitdistrplus" (Delignette-Muller *et al*. 2023) 之函數 "fitdist"。對於耦合產量與價格邊際機率分布之 Copula 函數進行配適，係調用套件 "copula" (Hofert *et al*. 2023) 之函數 "fitCopula"。估算 Kendall's tau 與尾部相關係數 λ_U、λ_L 係調用套件 "copula" 之函數 "tau" 與 "lambda"。另調用套件 "stats" (R Development Core Team 2023) 之函數 "AIC" 對於配適結果進行評估。建構產量與價格二維分布之 Copula 函數模板，係使用 "naomalCopula"、"tCopula"、"claytonCopula"、"gumbelCopula" 及 "frankCopula" 5 個函數。選擇適當之 Copula 函數模板模擬產生樣本數為 10,000 之二維均勻分布隨機樣本，係使用函數 "rCopula" 完成。

結果

產量與價格邊際機率分布配適

嘉義縣大林鎮等 13 個鄉鎮市之第 1、2 期作水稻產量邊際機率分布配適 Anderson-Darling 測驗結果如表 1 所示，根據測驗值最小代表配適最佳 (goodness of fit) 原則，第 1 期作產量配適為 Logistic 分布者有大林、六腳、水上、朴子、鹿草、新港、溪口及義竹 8 個鄉鎮市為最多；配適為 Student's *t* 分布者有布袋、民雄及東石 3 個鄉鎮居次；配適為 Weibull 與 Log-normal 分布者分別有中埔與太保。第 2 期作 13 個鄉鎮市中僅有新港配適為 Logistic 分布，其他 12 個鄉鎮市均配適為 Weibull 分布。嘉義縣第 1、2 期作水稻價格邊際機率分布配適測驗結果如表 2 所示，第 1 期作價格配適為 Gumbel 分布，第 2 期作配適為 Weibull 分布。另依據產量與價格之配適邊際機率分布參數，模擬產生 10,000 筆樣本資料，其樣本分布之偏度 (skewness) 與峰度 (kurtosis) 表現如表 3 與表 4 所示。在分布偏度方面，13 個鄉鎮市第 1 期作產量樣本分布僅中埔鄉偏度為負值呈現左偏態，其他鄉鎮市偏度均為正值呈現右偏態，價格樣本分布亦呈現右偏態。第 2 期作產量樣本分布僅新港為右偏態，其他均為左偏態，價格樣本分布亦呈現左偏態。在分布

表 1. 嘉義縣鄉鎮市水稻產量配適邊際機率分布 Anderson-Darling 測驗結果。

Table 1. The Anderson-Darling test results for fitting marginal probability distributions of rice yield in townships and cities in Chiayi County.

	Probability distribution							
Area	Normal	Student's *t*	Weibull	Gamma	Beta	Log-normal	Logistic	Gumbel
1st crop season								
Dalin	0.2469[z] (0.9719)[x]	0.2512 (0.9696)	0.4725 (0.7725)	0.2414 (0.9747)	3.9175 (0.0099)	0.2408 (0.9750)	**0.2091**[y] **(0.9879)**	0.4460 (0.7999)
Jhongpu	0.4193 (0.8272)	0.3893 (0.8574)	**0.2431 (0.9739)**	0.4593 (0.7862)	2.0489 (0.0871)	0.4810 (0.7637)	0.3876 (0.8591)	0.6901 (0.5646)
Lioujiao	0.2117 (0.9871)	0.2103 (0.9875)	0.4455 (0.8004)	0.1898 (0.9932)	3.2937 (0.0199)	0.1829 (0.9946)	**0.1818 (0.9949)**	0.2505 (0.9700)
Taibao	0.3697 (0.8765)	0.3601 (0.8856)	0.6308 (0.6167)	0.3325 (0.9107)	3.0544 (0.0263)	**0.3178 (0.9232)**	0.3212 (0.9204)	0.3380 (0.9058)
Shueishang	0.2425 (0.9742)	0.2343 (0.9781)	0.2005 (0.9905)	0.2736 (0.9561)	2.8078 (0.0350)	0.2916 (0.9437)	**0.1836 (0.9945)**	0.6487 (0.6006)
Budai	0.2920 (0.9434)	**0.2534 (0.9684)**	0.3015 (0.9363)	0.2941 (0.9418)	1.3760 (0.2090)	0.2959 (0.9405)	0.3036 (0.9346)	0.3374 (0.9064)
Minsyong	0.2259 (0.9817)	**0.2136 (0.9864)**	0.3229 (0.9189)	0.2306 (0.9798)	2.7891 (0.0357)	0.2350 (0.9778)	0.2261 (0.9817)	0.3752 (0.8712)
Puzi	0.2866 (0.9473)	0.2827 (0.9500)	0.3772 (0.8693)	0.3047 (0.9338)	3.0905 (0.0252)	0.3167 (0.9241)	**0.2229 (0.9830)**	0.6248 (0.6223)
Dongshih	0.1735 (0.9963)	**0.1615 (0.9978)**	0.1922 (0.9927)	0.1867 (0.9939)	2.4627 (0.0526)	0.1943 (0.9921)	0.1691 (0.9969)	0.4178 (0.8287)
Lucao	0.5120 (0.7320)	0.5121 (0.7318)	0.6778 (0.5752)	0.5283 (0.7154)	4.5088 (0.0051)	0.5393 (0.7045)	**0.3765 (0.8699)**	1.0171 (0.3471)
Singang	0.7378 (0.5257)	0.7367 (0.5266)	1.2653 (0.2435)	0.6855 (0.5686)	3.6272 (0.0137)	0.6621 (0.5887)	**0.4850 (0.7597)**	0.6401 (0.6083)
Sikou	0.2674 (0.9601)	0.2469 (0.9719)	0.2917 (0.9436)	0.2847 (0.9486)	1.9345 (0.1006)	0.2954 (0.9409)	**0.2384 (0.9762)**	0.5207 (0.7232)
Yijhu	0.3101 (0.9295)	0.3009 (0.9367)	0.4523 (0.7933)	0.3086 (0.9306)	2.9347 (0.0302)	0.3111 (0.9287)	**0.2802 (0.9518)**	0.4964 (0.7479)
2nd crop season								
Dalin	0.9254[z] (0.3972)[x]	0.9244 (0.3978)	**0.4374**[y] **(0.8087)**	1.2300 (0.2559)	3.1781 (0.0228)	1.3942 (0.2038)	0.4692 (0.7759)	1.9329 (0.1008)
Jhongpu	0.6837 (0.5701)	0.6714 (0.5807)	**0.3823 (0.8643)**	0.8911 (0.4180)	2.3023 (0.0638)	1.0090 (0.3512)	0.4225 (0.8239)	1.5099 (0.1743)
Lioujiao	0.2161 (0.9855)	0.2104 (0.9875)	**0.1332 (0.9996)**	0.3109 (0.9288)	2.8749 (0.0323)	0.3703 (0.8759)	0.1742 (0.9961)	0.6069 (0.6388)
Taibao	0.5421 (0.7016)	0.5496 (0.6941)	**0.3026 (0.9353)**	0.7333 (0.5293)	3.6604 (0.0132)	0.8432 (0.4489)	0.3175 (0.9235)	1.3446 (0.2182)
Shueishang	0.5933 (0.6516)	0.5863 (0.6584)	**0.3412 (0.9030)**	0.7755 (0.4968)	2.7667 (0.0367)	0.8811 (0.4243)	0.3738 (0.8726)	1.4233 (0.1959)
Budai	0.6341 (0.6137)	0.6157 (0.6306)	**0.4219 (0.8246)**	0.8009 (0.4783)	2.4854 (0.0512)	0.8950 (0.4156)	0.4499 (0.7958)	1.2367 (0.2535)
Minsyong	0.6382 (0.6100)	0.6484 (0.6009)	**0.2664 (0.9607)**	0.8619 (0.4366)	3.5204 (0.0154)	0.9856 (0.3635)	0.3083 (0.9309)	1.5705 (0.1608)
Puzi	0.5296 (0.7142)	0.5248 (0.7190)	**0.2500 (0.9703)**	0.7411 (0.5232)	3.1080 (0.0247)	0.8603 (0.4376)	0.3261 (0.9162)	1.2253 (0.2575)

表 1. 嘉義縣鄉鎮市水稻產量配適邊際機率分布 Anderson-Darling 測驗結果。(續)

Table 1. The Anderson-Darling test results for fitting marginal probability distributions of rice yield in townships and cities in Chiayi County. (continued)

	Probability distribution							
Area	Normal	Student's *t*	Weibull	Gamma	Beta	Log-normal	Logistic	Gumbel
Dongshih	0.4701 (0.7750)	0.4565 (0.7891)	**0.3413** **(0.9029)**	0.6312 (0.6163)	2.4833 (0.0513)	0.7289 (0.5328)	0.3575 (0.8881)	0.9919 (0.3602)
Lucao	0.5259 (0.7179)	0.5213 (0.7226)	**0.2673** **(0.9602)**	0.7202 (0.5398)	2.9273 (0.0304)	0.8324 (0.4562)	0.3417 (0.9025)	1.2587 (0.2458)
Singang	0.8292 (0.4584)	0.8047 (0.4755)	0.6148 (0.6315)	1.0322 (0.3396)	2.0116 (0.0913)	1.1519 (0.2858)	**0.6146** **(0.6317)**	1.6442 (0.1460)
Sikou	0.6996 (0.5567)	0.7006 (0.5559)	**0.2901** **(0.9448)**	0.9189 (0.4011)	3.5888 (0.0143)	1.0387 (0.3364)	0.3690 (0.8772)	1.5631 (0.1624)
Yijhu	0.2497 (0.9704)	0.2412 (0.9748)	**0.1897** **(0.9932)**	0.3418 (0.9024)	2.5676 (0.0464)	0.4028 (0.8440)	0.2157 (0.9857)	0.6221 (0.6247)

[z] The Anderson-Darling test results.
[y] Bold text indicates the smallest Anderson-Darling test statistic.
[x] *P*-value of the Anderson-Darling test.

表 2. 嘉義縣水稻價格配適邊際機率分布 Anderson-Darling 測驗結果。

Table 2. The Anderson-Darling test results for fitting marginal probability distributions of rice prices in Chiayi County.

	Probability distribution							
Crop season	Normal	Student's *t*	Weibull	Gamma	Beta	Log-normal	Logistic	Gumbel
1st	0.4972[z] (0.7471)[x]	0.4773 (0.7675)	0.8249 (0.4614)	0.4848 (0.7599)	2.1702 (0.0750)	0.4787 (0.7661)	0.4387 (0.8074)	**0.3765**[y] **(0.8700)**
2nd	0.6495 (0.5999)	0.5895 (0.6553)	**0.5682** **(0.6759)**	0.6578 (0.5925)	1.0152 (0.3481)	0.6624 (0.5885)	0.6251 (0.6219)	0.7280 (0.5335)

[z] The Anderson-Darling test results.
[y] Bold text indicates the smallest Anderson-Darling test statistic.
[x] *P*-value of the Anderson-Darling test.

表 3. 嘉義縣鄉鎮市水稻產量配適邊際機率分布參數。

Table 3. The parameters for fitting marginal probability distributions of rice yield in townships in Chiayi County.

Area	Probability distribution	Parameter		Skewness	Kurtosis
1st crop season					
Dalin	Logistic	8,157.9055[z]	247.0248[y]	0.0275	4.0058
Jhongpu	Weibull	18.7712[x]	7,883.9380[w]	-0.8550	4.1064
Lioujiao	Logistic	6,753.2440	315.4119	0.0275	4.0058
Taibao	Log-normal	8.8624[v]	0.0787[u]	0.2413	3.0678
Shueishang	Logistic	8,437.9100	264.4222	0.0275	4.0058
Budai	Student's *t*	141.3286[t]	-	0.0060	3.0491
Minsyong	Student's *t*	112.8383	-	0.0028	3.0648
Puzi	Logistic	7,641.8170	254.1730	0.0275	4.0058
Dongshih	Student's *t*	114.4495	-	0.0028	3.0640
Lucao	Logistic	7,532.5040	198.9129	0.0275	4.0058
Singang	Logistic	7,140.5940	200.5429	0.0275	4.0058

表 3. 嘉義縣鄉鎮市水稻產量配適邊際機率分布參數。(續)

Table 3. The parameters for fitting marginal probability distributions of rice yield in townships in Chiayi County. (continued)

Area	Probability distribution	Parameter		Skewness	Kurtosis
Sikou	Logistic	8,045.6630	283.7603	0.0275	4.0058
Yijhu	Logistic	6,951.4290	264.2431	0.0275	4.0058
2nd crop season					
Dalin	Weibull	11.9966	8,121.2794	-0.7213	3.7084
Jhongpu	Weibull	12.0602	5,815.2191	-0.7232	3.7135
Lioujiao	Weibull	8.5215	5,455.5023	-0.5817	3.3661
Taibao	Weibull	10.8052	6,661.4445	-0.6825	3.6057
Shueishang	Weibull	12.3041	6,353.5144	-0.7302	3.7328
Budai	Weibull	10.3423	6,237.1840	-0.6652	3.5620
Minsyong	Weibull	12.2728	7,835.4154	-0.7294	3.7304
Puzi	Weibull	9.6989	6,665.1765	-0.6389	3.4974
Dongshih	Weibull	8.4619	5,588.5665	-0.5784	3.3590
Lucao	Weibull	10.5373	6,408.2935	-0.6727	3.5807
Singang	Logistic	6,872.9000	427.7575	0.0275	4.0058
Sikou	Weibull	12.2765	7,718.4210	-0.7295	3.7307
Yijhu	Weibull	8.2055	6,932.6652	-0.5639	3.3278

[z] Parameter “location” of the Logistic distribution.
[y] Parameter “scale” of the Logistic distribution.
[x] Parameter “shape” of the Weibull distribution.
[w] Parameter “scale” of the Weibull distribution.
[v] Parameter “μ” of the Log-normal distribution.
[u] Parameter “σ” of the Log-normal distribution.
[t] Parameter “degrees of freedom” of the Student’s *t* distribution.

表 4. 嘉義縣水稻價格配適邊際機率分布參數。

Table 4. The parameters for fitting marginal probability distributions of rice prices in townships in Chiayi County.

Crop season	Probability distribution	Parameter		Skewness	Kurtosis
1st	Gumbel	21.6069[z]	0.3938[y]	1.1437	5.3064
2nd	Weibull	31.6321	23.2420	-0.9265	4.5785

[z] Parameter “location” of the Gumbel distribution.
[y] Parameter “scale” of the Gumbel distribution.

峰度方面，第 1、2 期作產量與價格樣本分布峰度值均大於 3，顯示具有厚尾分布現象。

Copula 函數配適

配適耦合水稻產量與價格二元變數 Copula 函數之 AIC 檢定結果如表 5 所示，根據 AIC 值最小配適最佳原則，第 1 期作配適為 Clayton copula 者有大林、六腳、太保、水上、布袋、朴子、東石、鹿草及新港 9 個鄉鎮市為最多；配適為 Gaussian copula 者有中埔、民雄及溪口 3 個鄉居次；配適為 Gumbel copula 者僅有義竹鄉。顯示第 1 期作 Copula 函數配適以 Clayton 與 Gumbel 等阿基米德族 Copula 函數居多，而 Gaussian 之橢圓族 Copula 函數較少。第 2 期作配適為 Gaussian copula 者有大林、太保、水上、朴子及溪口 5 個鄉鎮市為最多；配適為 *t* copula 者有中埔、民雄及新港 3 個鄉；配適為 Frank copula 者有東石、鹿草

表 5. 嘉義縣鄉鎮市配適 Copula 函數之 AIC 檢定結果。

Table 5. The Akaike information criterion (AIC) test results for fitting copula functions in townships in Chiayi County.

Area	Copula function				
	Gaussian	*t*	Clayton	Gumbel	Frank
1st crop season					
Dalin	1.4631	3.4631	**1.4320**[z]	2.0000	1.5748
Jhongpu	**-3.3300**	-1.3297	-0.5148	2.0000	-1.9770
Lioujiao	0.3570	2.3574	**0.2966**	2.0000	0.9188
Taibao	0.3478	2.3478	**-0.0999**	2.0000	0.8065
Shueishang	-0.3432	1.4983	**-1.1237**	2.0000	0.2459
Budai	0.1651	2.1659	**0.0500**	2.0000	0.9364
Minsyong	**1.2019**	3.2019	1.2333	2.0000	1.6110
Puzi	1.9926	3.9930	**1.9560**	2.0000	2.0000
Dongshih	**0.7338**	2.7341	0.2012	2.0000	1.0144
Lucao	1.7621	3.7621	**1.5896**	2.0000	1.7453
Singang	1.9988	3.9988	**1.9868**	2.0000	1.9995
Sikou	**1.9809**	3.3846	2.0481	1.9857	1.9885
Yijhu	1.7951	3.5947	2.0000	**0.7880**	1.9506
2nd crop season					
Dalin	**-1.7381**	0.2619	-1.6162	2.0000	-1.1734
Jhongpu	1.9632	**0.6534**	1.1871	1.9448	1.8536
Lioujiao	1.9868	2.2684	2.0641	**1.8926**	1.9944
Taibao	**-0.6816**	1.2800	0.8286	2.0000	-0.4410
Shueishang	**1.0474**	1.7469	2.1549	2.0000	1.0922
Budai	1.8287	2.5344	**1.7745**	1.9927	1.9331
Minsyong	1.8917	**0.9707**	1.9557	1.9799	1.9472
Puzi	**0.1702**	1.3544	1.4128	2.0000	0.2535
Dongshih	-1.5100	-0.6600	0.6178	2.0000	**-1.6225**
Lucao	-0.3492	0.6427	0.9393	2.0000	**-0.4984**
Singang	0.7684	**0.5172**	1.6866	2.0000	0.6753
Sikou	**1.3421**	3.1777	1.3465	2.0000	1.5891
Yijhu	-2.3661	-1.0348	-0.1833	2.0000	**-2.4959**

[z] Bold text indicates the smallest Akaike information criterion test statistic.

及義竹 3 個鄉；配適為 Gumbel copula 者有六腳鄉；配適為 Clayton copula 者有布袋鎮。顯示第 2 期作 Copula 函數配適情況與第 1 期作不同，以 Gaussian 與 *t* 等橢圓族 Copula 函數較多，而 Frank、Clayton 及 Gumbel 等阿基米德族 Copula 函數較少。各鄉鎮市配適 Copula 函數之參數、產量及價格之 Kendall’s tau 相關係數 τ 與上下尾部相關係數 λ_U、λ_L 如表 6 所示，Kendall’s tau 相關係數在第 1 期作除義竹鄉之 0.1817 為正相關外，其他 12 個鄉鎮市均呈負相關，其中負相關係數最高者為中埔鄉之 -0.4284，較低者為朴子市之 -0.0167、溪口鄉之 -0.0333、新港鄉之 -0.0449 及鹿草鄉之 -0.0833，呈輕微負相關。第 2 期作除中埔

表 6. 嘉義縣鄉鎮市配適 Copula 函數参數與 Kendall's tau 相關係數。

Table 6. The parameters for fitting copula functions and Kendall rank correlation coefficient in townships in Chiayi County.

Area	Copula function	Parameter	τ^z	$\lambda_U{}^y$	$\lambda_L{}^x$
1st crop season					
Dalin	Clayton	-0.2090	-0.1167	0	0
Jhongpu	Gaussian	-0.6233	-0.4284	0	0
Lioujiao	Clayton	-0.2609	-0.1500	0	0
Taibao	Clayton	-0.3562	-0.2167	0	0
Shueishang	Clayton	-0.3784	-0.2333	0	0
Budai	Clayton	-0.3099	-0.1833	0	0
Minsyong	Gaussian	-0.3063	-0.1982	0	0
Puzi	Clayton	-0.0328	-0.0167	0	0
Dongshih	Clayton	-0.2857	-0.1667	0	0
Lucao	Clayton	-0.1538	-0.0833	0	0
Singang	Clayton	-0.0860	-0.0449	0	0
Sikou	Gaussian	-0.0523	-0.0333	0	0
Yijhu	Gumbel	1.2220	0.1817	0.2366	0
2nd crop season					
Dalin	Gaussian	-0.5542	-0.3739	0	0
Jhongpu	*t*	0.1533	0.0980	0.1135	0.1135
Lioujiao	Gumbel	1.0803	0.0743	0.1004	0
Taibao	Gaussian	-0.4931	-0.3282	0	0
Shueishang	Gaussian	-0.3299	-0.2140	0	0
Budai	Clayton	-0.0952	-0.0500	0	0
Minsyong	*t*	-0.0527	-0.0336	0.0650	0.0650
Puzi	Gaussian	-0.4278	-0.2814	0	0
Dongshih	Frank	-3.5360	-0.3522	0	0
Lucao	Frank	-2.8867	-0.2973	0	0
Singang	*t*	-0.3631	-0.2366	0.0222	0.0222
Sikou	Gaussian	-0.2821	-0.1821	0	0
Yijhu	Frank	-3.9509	-0.3845	0	0

[z] Kendall's τ coefficient.
[y] Upper tail dependence parameter.
[x] Lower tail dependence parameter.

鄉之 0.0980 與六腳鄉之 0.0743 呈輕微正相關外，其他 11 個鄉鎮市亦均呈負相關，其中負相關係數最高者為義竹鄉之-0.3845，較低者為民雄鄉之-0.0366 與布袋鎮之-0.0500，呈輕微負相關。上尾相關係數 λ_U 在第 1 期作僅義竹鄉為 0.2366，其餘鄉鎮市皆為 0；第 2 期作則有中埔鄉為 0.1135、六腳鄉為 0.1004、民雄鄉為 0.0650 及新港鄉為 0.0222。下尾相關係數 λ_L 在第 1 期作各鄉鎮市皆為 0；第 2 期作則有中埔鄉為 0.1135、民雄鄉為 0.0650 及新港鄉為 0.0222。

模擬結果

在水稻產量與價格之邊際機率分布，以及耦合二元變數之 Copula 函數均已確定之情況下，模擬各鄉鎮市水稻樣本產量與價格之

Kendall’s tau 相關係數如表 7 所示，比較實際資料與模擬資料之相關係數，第 1 期作除義竹鄉之實際資料相關係數為 0，模擬資料相關係數為 0.1871 之外，其他鄉鎮市之實際資料與模擬資料之相關趨勢均為負相關。實際資料與模擬資料相關係數差距取絕對值後較大者依次為義竹鄉、中埔鄉、民雄鄉、新港鄉及溪口鄉。

表 7. 嘉義縣鄉鎮市水稻實際產量及價格資料與模擬資料之 Kendall’s tau 相關係數比較。

Table 7. Comparison of Kendall’s tau between actual and simulated data on rice yield and price in townships and cities of Chiayi County.

Area	τ_a^z	τ_s^y
1st crop season		
Dalin	-0.1167	-0.1170
Jhongpu	-0.3333	-0.4266
Lioujiao	-0.1500	-0.1501
Taibao	-0.2167	-0.2162
Shueishang	-0.2333	-0.2328
Budai	-0.1833	-0.1832
Minsyong	-0.1167	-0.1963
Puzi	-0.0167	-0.0176
Dongshih	-0.1667	-0.1667
Lucao	-0.0833	-0.0840
Singang	-0.0167	-0.0458
Sikou	-0.0167	-0.0315
Yijhu	0.0000	0.1871
2nd crop season		
Dalin	-0.2833	-0.3721
Jhongpu	0.0833	0.0963
Lioujiao	0.0333	0.0833
Taibao	-0.2667	-0.3263
Shueishang	-0.1667	-0.2120
Budai	-0.0500	-0.0508
Minsyong	-0.0500	-0.0345
Puzi	-0.2167	-0.2794
Dongshih	-0.3000	-0.3543
Lucao	-0.2500	-0.2995
Singang	-0.2500	-0.2355
Sikou	-0.1333	-0.1801
Yijhu	-0.3500	-0.3865

z Kendall’s tau of the actual data.
y Kendall’s tau of the simulated data.

第 2 期作各鄉鎮市實際資料與模擬資料之相關趨勢均表現一致，除中埔鄉與六腳鄉為正相關外，其他各鄉鎮市均為負相關。實際資料與模擬資料相關係數差距取絕對值後較大者依次為大林鎮、朴子市、太保市、東石鄉、六腳鄉、鹿草鄉、溪口鄉、水上鄉、義竹鄉、民雄鄉、新港鄉及中埔鄉。

模擬收入分布之敘述統計量及期望損失估算結果如表 8 所示，第 1 期作分布偏度除民雄鄉及中埔鄉為負值呈左偏態，其他各鄉鎮市均為正值呈右偏態，其中右偏最大值為太保市之 0.4535，最小為溪口鄉之 0.0441。各鄉鎮分布峰度值一致表現大於 3 以上，呈厚尾分布型態，其中峰度值最大為中埔鄉之 4.6246，最小為民雄鄉之 3.0874。模擬收入樣本分布平均值最高為水上鄉之 184,006 NT\$ ha^{-1}，最低為東石鄉之 143,191 NT\$ ha^{-1}。模擬收入樣本分布全距最大為義竹鄉之 138,179 NT\$ ha^{-1}，最小為東石鄉之 63,464 NT\$ ha^{-1}。模擬收入期望損失最高前三名依次為民雄鄉之 2,219.6 NT\$ ha^{-1}、六腳鄉之 1,849.7 NT\$ ha^{-1} 及義竹鄉之 1,723.2 NT\$ ha^{-1}；期望損失最低前三名依次為鹿草鄉之 600.6 NT\$ ha^{-1}、新港鄉之 725.2 NT\$ ha^{-1} 及東石鄉之 778.8 NT\$ ha^{-1}。

第 2 期作模擬收入樣本分布型態與第 1 期作有所不同，各鄉鎮市分布偏度均為負值呈左偏態，其中左偏最大值為新港鄉之-0.0854，最小值為大林鎮之-0.7979。各鄉鎮分布峰度一致表現大於 3 以上，呈厚尾分布型態，其中峰度值最大為新港鄉之 4.3788，最小為布袋鎮之 3.2746。模擬收入樣本分布平均值除民雄鄉及新港鄉外，其他鄉鎮市均較第 1 期作低，其中平均最高為大林鎮之 177,277 NT\$ ha^{-1}，最低為六腳鄉之 117,353 NT\$ ha^{-1}。模擬收入樣本分布全距最大為新港鄉之 167,460 NT\$ ha^{-1}，最小為水上鄉之 108,132 NT\$ ha^{-1}。模擬收入期望損失除民雄鄉之 2,091.9 NT\$ ha^{-1} 較第 1 期作減少外，其他鄉鎮市均較第 1 期作增加，期望損失最高前三名依次為六腳鄉之 2,919.4 NT\$ ha^{-1}、義竹鄉之 2,844.4 NT\$ ha^{-1} 及東石鄉之 2,203.9 NT\$ ha^{-1}；最低前三名依次為水上鄉之 1,349.3 NT\$ ha^{-1}、大林鎮之 1,497.3 NT\$ ha^{-1} 及新港鄉之 1,630.3 NT\$ ha^{-1}。

表 8. 嘉義縣鄉鎮市模擬水稻收入分布與期望損失。

Table 8. The simulation of rice income and expected loss in townships in Chiayi County.

Area	Income (NT$ ha^{-1})							EL^z (NT$ ha^{-1})
	Mean	Median	Maxium	Minimum	Range	Skewness	Kurtosis	
1st crop season								
Dalin	177,935	177,426	229,034	134,176	94,858	0.2871	3.9599	867.5
Jhongpu	167,066	168,335	189,375	109,769	79,606	-0.9617	4.6246	1,237.2
Lioujiao	147,212	146,684	210,324	91,396	11,8928	0.1909	4.0453	1,849.7
Taibao	154,384	153,322	207,549	120,780	86,769	0.4535	3.2735	1,545.6
Shueishang	184,006	183,303	237,569	140,789	96,780	0.3980	4.1281	780.8
Budai	150,790	150,210	194,520	115,494	79,026	0.2431	3.1307	1,315.7
Minsyong	159,267	159,174	209,585	104,247	105,338	-0.0167	3.0874	2,219.6
Puzi	166,691	166,356	219,628	118,291	101,337	0.1583	3.9053	1,195.3
Dongshih	143,191	142,748	179,100	115,636	63,464	0.2947	3.1848	778.8
Lucao	164,320	163,899	206,203	128,160	78,043	0.2947	3.9098	600.6
Singang	155,771	155,422	198,011	118,076	79,935	0.2273	3.8896	725.2
Sikou	175,553	175,542	234,391	109,775	124,616	0.0441	4.0528	1,503.7
Yijhu	151,525	151,140	224,592	86,413	138,179	0.3171	4.5452	1,723.2
2nd crop season								
Dalin	177,277	179,003	217,718	89,722	127,996	-0.7979	4.2233	1,497.3
Jhongpu	127,262	128,619	168,730	55,524	113,206	-0.5872	3.8166	1,821.4
Lioujiao	117,353	118,637	170,944	32,778	138,166	-0.4244	3.3069	2,919.4
Taibao	144,812	146,369	182,718	65,953	116,765	-0.7333	3.9946	1,656.8
Shueishang	138,925	140,235	174,165	66,033	108,132	-0.6596	3.8310	1,349.3
Budai	135,451	136,533	182,398	63,234	119,164	-0.4177	3.2746	2,064.2
Minsyong	171,451	173,323	225,389	78,713	146,676	-0.6112	3.9478	2,091.9
Puzi	144,236	145,911	187,723	58,158	129,565	-0.6667	3.7838	2,184.5
Dongshih	120,032	121,437	166,398	47,779	118,619	-0.5824	3.7085	2,203.9
Lucao	139,129	140,504	183,560	66,110	117,450	-0.6119	3.8441	1,680.3
Singang	156,623	156,746	239,387	71,927	167,460	-0.0854	4.3788	1,630.3
Sikou	168,781	170,386	212,643	78,940	133,703	-0.6403	3.7717	1,714.1
Yijhu	148,635	150,436	207,142	57,479	149,663	-0.5937	3.7276	2,844.4

^{z} Expected loss.

討論

本研究透過 Copula 函數分析水稻產量及與價格之相依性結果，分別就 Kendall's tau 相關係數、尾部相關性及不同期作與地區之收入風險分布情形討論如次。首先，就產量及價格之 Kendall's tau 相關係數表現而言，比較各鄉鎮市水稻產量與價格實際資料及模擬資料之相關係數，顯示兩者相關趨勢均表現一致。在相關係數差距大小方面，將相關係數取絕對值後，大致以模擬資料略高於實際資料，惟差距甚微，顯示透過 Copula 函數耦合後之模擬資料仍維持實際資料之相依結構。第 1 期作除義竹鄉、第 2 期作中埔鄉及六腳鄉表現為正相關外，其他大多數鄉鎮市在第 1、2 期作均呈現負相關。在市場機制下，產量與價格負相關顯示兩者風險藉此得以對沖，可平抑部分收入風險。惟本研究中各鄉鎮市之 Kendall's tau 相

關係數高低與期望損失大小之間並無明顯對應關係，顯示市場機制仍不足以充分解釋價量變化，致使相關係數偏低，相關性表現微弱，因此市場價量風險對沖效果，無法充分反應在平抑收入風險的表現上。

其次，在風險管理上，尾部相關用以評估 2 個變數同時出現極端值機率的大小，特別應減少下尾相關的發生機率，避免造成系統性的損失巨災。以水稻而言，若於成熟期遭遇颱風或豪雨造成稻株倒伏或穗上發芽，或者抽穗期遭遇高溫造成產量下降與稻米外觀品質劣化，則可能同時發生低產與低價的情況。本研究藉由 Copula 函數分析水稻產量與價格之間的尾部相關性，第 1 期作除義竹鄉有上尾相關外，其他各鄉鎮市皆無尾部相關；第 2 期作則有六腳鄉為上尾相關，而中埔、民雄及新港鄉則為對稱尾部相關，其他 11 個鄉鎮市皆無尾部相關，顯示各鄉鎮市在兩期作同時發生低產與低價極端事件，造成收入嚴重損失的機率較低。但值得注意的是，第 1 期作各鄉鎮市收入與價格耦合配適之 Copula 函數，大多數為對於下尾相關較為敏感之 Clayton copula。由於近年第 1 期稻作生產經常由於孕穗開花期之高溫乾旱，以及成熟期遭遇連續降雨或短延時強降雨等極端天氣影響，造成水稻減產 (Peng *et al*. 2004)、稻米白堊質粒及胴割等品質劣化現象 (Resurreccion *et al*. 1977; Chao 1992)。以中央氣象署設於嘉義縣溪口鄉之農試溪口農場農業氣象站 (23°35'N, 120°24'E) 資料 (https://codis.cwa.gov.tw/StationData) 為例，2018–2023 年第 1 期作水稻孕穗期 (約 4 月下旬) 之前平均累計降水量 (累計區間自前一年 9 月起至當年 4 月止) 為 217.7 mm，而 2021 年與 2023 年則分別僅有 154 mm 與 133 mm；5 月抽穗開花期平均氣溫為 26.4℃，而 2021 年與 2023 年則為 27.9℃與 26.3℃，均超過水稻高溫逆境定義值 26.0℃ (Lur *et al*. 2006)，因此造成低產與低價同時發生下尾相關的潛在風險仍不可忽視。

最後，模擬各鄉鎮市兩期作之收入期望損失估算研究結果顯示，比較不同期作別之期望損失，則除了民雄鄉外，其他鄉鎮市皆以第 2 期作之期望損失高於第 1 期作，此係第 2 期作水稻生育初期天氣不穩定，以及生育後期日射量較低影響產量，造成稻作生產風險較高 (Tsai *et al*. 1984)。比較各鄉鎮市期望損失高低，發現六腳鄉與義竹鄉在兩期作均列名前 3 名內，收入風險較高；而新港鄉在兩期作則均列名末 3 名內，收入風險較低。同時也發現期望損失與期望收入全距大小亦大致對應，表示期望收入高低差距過大之地區，收入風險亦同時增加。至於六腳鄉與義竹鄉之收入風險較高，推測可能因沿海地區稻作栽培環境較為嚴苛，收入波動幅度較大所致。Singh *et al*. (2017) 透過對於印度雨養水稻 (rainfed rice) 栽培地區，因氣候變遷帶來高溫與旱澇等逆境造成稻作生產風險模擬評估之研究，建議在高風險稻作產區，可藉由推廣栽培調適技術、開發耐逆境新品種及對於生產高風險地區的政策支持等措施，提高稻作生產韌性，降低農民收入風險。Loko *et al*. (2022) 探討非洲貝南共和國稻作生產的限制因子，同樣建議推廣現代栽培技術與採用新品種，可提高稻作產量。因此開發適應環境的水稻新品種與韌性栽培技術，在增加及穩定農民收益方面，深具積極投入的研究價值。

透過 Copula 函數耦合水稻產量與價格變數，除可簡化推算兩變數之聯合機率分布，同時深入分析兩變數之 Kendall’s tau 相依性與尾部相關，以作為評估收入風險之參考。實際上，本研究採用之 5 種 Copula 函數中僅有 Clayton 與 Gumbel 函數可偵測下尾與上尾等尾部相關。為能更全面偵測各種尾部相關，可進一步研究使用混合 Copula 函數估算尾部相關問題。此外，目前價格資料尺度因受限於資料來源，僅有縣市層級資料而未及於鄉鎮層級，因此無法與產量資料完全對應，可能對於各地區水稻收入風險分布分析結果造成影響，未來應設法建立以鄉鎮市為單位的價格資料，俾使收入風險分布更接近實際情況。

引用文獻

Balcilar, M. 2019. mFilter: Miscellaneous time series filters. R package version 0.1-5. https://CRAN.R-project.org/package=mFilter (visit on 08/22/2023)

Chao, C. N. 1992. Effect of climatic environment and ripening stage on the cracked kernel of rice. J. Agric. Res. China 41:225–232. (in Chinese with English abstract) doi:10.29951/JARC.199209.0001

Delignette-Muller, M. L., C. Dutang, R. Pouillot, J. B. Denis, and A. Siberchicot. 2023. fitdistrplus: Help to fit of a parametric distribution to non-censored or censored data. R package version 1.1-11. https://CRAN.R-project.org/package=fitdistrplus (visit on 08/22/2023)

Embrechts, P., A. J. McNeil, and D. Straumann. 2002. Correlation and dependence in risk management: Properties and pitfalls. p.176–223. *in*: Risk Management: Value at Risk and Beyond. (Dempster, M. A. H., ed.) Cambridge University Press. New York, NY. 290 pp. doi:10.1017/CBO9780511615337.008

Hodrick, R. J. and E. C. Prescott. 1997. Postwar U.S. business cycles: An empirical investigation. J. Money Credit Bank. 29:1–16. doi:10.2307/2953682

Hofert, M., I. Kojadinovic, M. Maechler, J. Yan, J. G. Nešlehová, and R. Morger. 2023. Copula: Multivariate dependence with copulas. R package version 1.1-3. https://CRAN.R-project.org/package=copula (visit on 12/07/2023)

Kim, H. 2004. Hodrick-Prescott filter. https://webhome.auburn.edu/~hzk0001/hpfilter.pdf (visit on 08/22/2023)

Loko, Y. L. E., D. S. J. G. Charlemagne, D. Gustave, E. Eben-Ezer, O. Azize, T. Joelle, ... S. François. 2022. Characterization of rice farming systems, production constraints and determinants of adoption of improved varieties by smallholder farmers of the Republic of Benin. Sci. Rep. 12:3959. doi:10.1038/s41598-022-07946-2

Lur, H. S., Y. H. Liu., and Agrometeorology Section of Central Weather Bureau. 2006. Environmental challenge and strategy for quality rice culture in Taiwan. Crop. Environ. Bioinform. 3:297–306. (in Chinese with English abstract) doi:10.30061/CEB.200612.0002

Nelsen, R. B. 2006. An Introduction to Copulas. 2nd ed. Springer. New York, NY. 272 pp.

Peng, S., J. Huang, J. E. Sheehy, R. C. Laza, R. M. Visperas, X. Zhong, ... K. G. Cassman. 2004. Rice yields decline with higher night temperature from global warming. Proc. Natl. Acad. Sci. USA. 101:9971–9975. doi:10.1073/pnas.0403720101

R Development Core Team. 2023. The R manuals. https://cran.r-project.org/manuals.html (visit on 08/22/2023)

Ravn, M. O. and H. Uhlig. 2002. On adjusting the Hodrick-Prescott filter for the frequency of observations. Rev. Econ. Stat. 84:371–376. doi:10.1162/003465302317411604

Resurreccion, A. P., T. Hara, B. O. Juliano, and S. Yoshida. 1977. Effect of temperature during ripening on grain quality of rice. Soil Sci. Plant Nutr. 23:109–112. doi:10.1080/00380768.1977.10433027

Schweizer, B. and E. F. Wolff. 1981. On nonparametric measures of dependence for random variables. Ann. Statist. 9:879–885. doi:10.1214/aos/1176345528

Singh, K., C. J. McClean, P. Büker, S. E. Hartley, and J. K. Hill. 2017. Mapping regional risks from climate change for rainfed rice cultivation in India. Agric Syst. 156:76–84. doi:10.1016/j.agsy.2017.05.009

Sklar, A. 1959. Fonctions de répartition a N dimensions et leurs marges. Annales de l'ISUP 8:229–231. (in French)

Tejeda, H. A. and B. K. Goodwin. 2008. Modeling crop prices through a Burr distribution and analysis of correlation between crop prices and yields using a copula method. p.1–39. *in*: American Agricultural Economics Association Annual Meeting. July 27–29, 2008. Orlando, FL. American Agricultural Economics Association. Milwaukee, WI. doi:10.22004/ag.econ.6061

Tsai, J. C., M. C. Shen, C. S. Chen, and D. J. Liu. 1984. Effect of shading on the heading date, nutrient concentrations, dry matter production and yield of rice varieties. p.83–98. *in*: Regional and Seasonal Low Yield of Rice Crop and the Measures for Improvement. (Liu, D. J. and S. C. Hsieh, eds.) Taiwan Agric. Res. Inst. Pub. No. 16. Taichung, Taiwan. 322 pp. (in Chinese with English abstract)

Yang, M. H., N. Chao, and R. Yang. 2021. A study on the determination of the revenue insurance premium rate of sugar apple: Application of copula's joint probability density function. Taiwan J. Appl. Econ. 109:83–114. (in Chinese with English abstract) doi: 10.3966/054696002021060109003

Study on the Dependency Analysis of Rice Yield and Price Using Copula Function

Dah-Jing Liao[1,*]

Abstract

Liao, D. J. 2025. Study on the dependency analysis of rice yield and price using copula function. J. Taiwan Agric. Res. 74(1):47–61.

The main objective of this study is to analyze the dependency between yield and price variables of rice cultivation in the main townships of Chiayi County through Copula functions, in order to estimate income risks and provide references for rice production adaptation measures. The analysis results indicate that, except for the first cropping season in Yizhu Township and the second cropping season in Zhongpu Township and Liujiao Township, the Kendall's tau correlation coefficients between rice yield and price in other townships during both cropping seasons show a negative correlation. However, the correlation coefficients are relatively low, indicating weak correlation. In terms of tail dependence, the first cropping season in Yizhu Township shows upper tail dependence, while the second cropping season in Zhongpu, Minxiong, and Xingang Townships exhibit symmetric tail dependence, and Liujiao Township shows upper tail dependence. The other townships display no significant tail dependence or lower tail dependence in both cropping seasons. Notably, for the first cropping season, most townships exhibit yield and price coupling fitted with the Clayton Copula function, which is sensitive to lower tail dependence. Due to the frequent impact of extreme weather during the late growth stage of the first cropping season in recent years, the potential risk of lower tail dependence, where both low yield and low price occur simultaneously, cannot be ignored. Lastly, simulated expected losses in rice income for each township were calculated to assess income risk. The findings reveal that, except for Minxiong Township, the expected losses during the second cropping season are higher than those in the first cropping season. This is possibly related to meteorological disasters during the early growth stage of the second cropping season and lower solar radiation in the later stages, which increases production risks. When comparing the expected losses across townships, Liujiao and Yizhu Townships show higher losses in both cropping seasons, likely due to the harsher rice cultivation environment in coastal areas, leading to greater income volatility. Future efforts may focus on developing adaptive cultivation technologies or breeding new stress-resistant varieties to enhance the resilience of rice production in coastal areas and reduce income risks.

Key words: Rice, Copula function, Dependence.

Received: September 16, 2024; Accepted: October 27, 2024.
[*] Corresponding author, e-mail: djliao@tari.gov.tw
[1] Associate Research Fellow, Agronomy Department, Chiayi Agricultural Experiment Branch, Taiwan Agricultural Research Institute, Chiayi, Taiwan, ROC.